

## 期权套利策略报告

期权套利策略基本分为四种类型：买卖权平价关系套利、垂直价差套利、凸性价差套利和箱型关系价差套利四种策略。在策略组合对象上又可以分为期权和现货组合套利与期权和期货组合套利。我们在之前的期权课题研究报告《套利增值篇-期权套利模型的研究与应用》中，对上述套利策略进行了理论和基础模型的介绍，本文将进一步对每一种策略的实际应用进行分析和举例。

### 一、买卖权平价关系套利策略

#### 1、买卖权平价理论

买卖权平价关系(Put-call parity)是指相同执行价格的看涨期权与看跌期权之间存在一种均衡关系，具体指对于同一标的、同一到期日、相同执行价的看涨及看跌期权，在特定时间里看涨期权与看跌期权的差价应该等于当时标的价格与交割价现值的差额，不然就会存在套利机会。该理论的前提假设是：

- 期权行权方式为欧式
- 标的资产在存续期内不会发生分红事件
- 利率在存续期间不会发生变动，且借贷利率相等
- 忽略交易成本以及保证金机会成本

在以上的假设的基础上，买卖权的平价理论可以用下述公式来表述：

$$C + Ke^{-rT} = P + S_0$$

其中，C和P代表看涨和看跌期权的权利金，K是两个期权的执行价， $S_0$ 则代表标的资产现在的价格， $r$ 为无风险利率， $T$ 为到期剩余时间。

我们可以把等式左右两边看作两个投资组合A和B，

A: 买入看涨期权C，同时持有无风险资产 $Ke^{-rT}$ ；

B: 买入看跌期权P，并买入标的资产 $S_0$ 。

通过分析到期日组合A和B的资产收益状况，我们可以得到如下表的结论：（ $S_T$ 为标的资产到期价格）

表1. 买卖权平价理论现金流情况

组合资产到期收益	组合A			组合B		
	看涨期权	无风险资产	总收益	看跌期权	标的资产	总收益
$S_T < K$	0	K	K	$K - S_T$	$S_T$	K
$S_T \geq K$	$S_T - K$	K	$S_T$	0	$S_T$	$S_T$

由上表可见，无论到期标的资产价格高于或低于执行价格，组合A和组合B的到期收益都相等。因此，组合A和组合B的成本在到期前的任意时刻都应该保持一致。否则，在考虑交易成本的情况下，当价差超出交易成本时，我们可以买入价格低的组合并卖出价格高的组合，持有到期或等待价格回归后平仓，获取价差收益。

## 2、期权平价关系套利策略

1) 若某一时刻组合A的成本高于组合B的成本，即

$$C + Ke^{-rT} > P + S_0 \text{ or } C - P > S_0 - Ke^{-rT}$$

则可卖出组合A并买入组合B，即卖出看涨期权C，并借入无风险资产 $Ke^{-rT}$ ，买入看跌期权P并买入标的资产 $S_0$ 。分析其现金流如下：

表2. 买入现货套利策略现金流情况

	看涨期权	无风险资产	看跌期权	标的资产	组合
$T = 0$	C	$Ke^{-rT}$	-P	$-S_0$	$C + Ke^{-rT} - P - S_0$
$S_T < K$	0	-K	$K - S_T$	$S_T$	0
$S_T > K$	$K - S_T$	-K	0	$S_T$	0

根据其现金流可知，卖出组合A并买入组合B，在期初可获得无风险收益为组合A和组合B的成本之差，而在到期日无论标的物价格为多少，总收益都为0。若组合价差大于构建套利组合的交易成本，则构建套利组合可获利。

2) 若某一时刻组合A的成本低于组合B的成本，即

$$C + Ke^{-rT} < P + S_0 \text{ or } C - P < S_0 - Ke^{-rT}$$

则可买入组合A并卖出组合B，即买入看涨期权C，并借出无风险资产 $Ke^{-rT}$ ，卖出看跌期权P并卖出标的资产 $S_0$ 。分析其现金流如下：

表3. 卖出现货套利策略现金流情况

	看涨期权	无风险资产	看跌期权	标的资产	组合
$T = 0$	-C	$-Ke^{-rT}$	P	$S_0$	$P + S_0 - C - Ke^{-rT}$
$S_T < K$	0	K	$-K + S_T$	$-S_T$	0
$S_T > K$	$-K + S_T$	K	0	$-S_T$	0

根据其现金流可知，买入组合A并卖出组合B，在期初可获得无风险收益为组合A和组合B的成本之差；

而在到期日无论标的物价格为多少，总收益都为0。因此，若组合价差大于构建套利组合的交易成本，则构建套利组合可获利。

### 3、期货期权平价关系套利策略

上述分析给出了期权平价套利的理论操作方法，但却忽略了很多问题：套利策略（1）中，以无风险收益率贷入资产来买入标的资产和看跌期权是不可能的，这部分资产必须以自有资产代替；套利策略（2）中，通过卖出标的资产获得的资金不可能获取无风险收益，且比较难实现，特别是在当前股票还不能做空的情况下，因此套利策略（2）的可行性相对较低。此时，无论是商品期权还是股指期货，其相应标的的期货提供了更为适用的对冲工具。以股指为例，根据国外情况，一般股指期货与股指期货标的物相同，到期日相同且最后结算价相同，如香港恒生指数期权的标的物与恒生指数期货的标的物同为恒生指数，到期日同为合约月份的最后第二个交易日，最后结算价的计算方式也完全相同。

在原有的买卖权平价理论基础上，新的学术理论提出了买卖权与期货平价理论，认为期货价格与期权价格之间也会形成一种特定的均衡关系（Put-Call-Future-Parity），并且一旦该种均衡关系被打破，便可发现市场上的套利机会。该平价理论可以用下述公式来表述：

$$C + Ke^{-rT} = P + Fe^{-rT}$$

其中F代表期货价格。

同样，我们可以把等式左右两边看作两个投资组合A和B，

A: 买入看涨期权C，同时持有自有资金 $Ke^{-rT}$ ；

B: 买入看跌期权P，并买入期货F。

假设期货保证金为f，到期结算价为 $F_T$ ，分析其现金流如下：

表4. 期货期权平价理论现金流情况

组合资产到期收益	组合A	组合B		
	看涨期权总收益	看跌期权	期货	总收益
$T = 0$	$-C$	$-P$	$-f$	$-P - f$
$F_T < K$	0	$K - F_T$	$F_T - F + f$	$K - F + f$
$F_T > K$	$-K + F_T$	0	$F_T - F + f$	$F_T - F + f$

由上表可知，组合A的到期总收益为 $\max(K, F_T) - K - C$ ；组合B的到期总收益为 $\max(K, F_T) - F - P$ 。由于组合A和组合B的到期收益差值为固定值 $P + F - K - C$ ，当此固定值不为0时，可以通过买入高到期收益组合并卖出低到期收益组合，获取无风险收益。

1) 若某一时刻组合B的到期收益高于组合A，即

$$K + C - F - P > 0 \text{ or } C - P > F - K$$

则可卖出组合A并买入组合B，即卖出看涨期权C，买入看跌期权P并买入期货F。分析其现金流如下：

表5. 买入期货套利策略现金流情况

	看涨期权	看跌期权	期货	组合
$T = 0$	C	-P	-f	$C - P - f$
$F_T < K$	0	$K - F_T$	$F_T - F + f$	$K - F + f$
$F_T > K$	$K - F_T$	0	$F_T - F + f$	$K - F + f$

根据其现金流可知，卖出组合A并买入组合B，在到期日无论标的物价格为多少，总收益都为 $C - P + K - F$ 。假设总交易成本为X，若

$$\frac{C - P + K - F - X}{P + f} > r$$

则该套利组合的收益率将高于无风险收益率。

2) 若某一时刻组合A的到期收益高于组合B，即

$$K + C - F - P < 0 \text{ or } C - P < F - K$$

则可买入组合A并卖出组合B，即买入看涨期权C，卖出看跌期权P并卖出期货F。分析其现金流如下：

表6. 卖出期货套利策略现金流情况

	看涨期权	看跌期权	期货	组合
$T = 0$	-C	P	-f	$-C + P - f$
$F_T < K$	0	$F_T - K$	$F - F_T + f$	$F - K + f$
$F_T > K$	$F_T - K$	0	$F - F_T + f$	$F - K + f$

根据其现金流可知，买入组合A并卖出组合B，在到期日无论标的物价格为多少，总收益都为 $P - C + F - K$ 。假设总交易成本为X，若

$$\frac{P - C + F - K - X}{C + f} > r$$

则该套利组合的收益率将高于无风险收益率。

#### 4、案例分析

2012年9月3日某时刻，恒生指数为19569。9月到期股指期货价格为19480，对应期权价格如下：

表7. 2012年9月3日某时刻恒生指数期权价格

看涨期权	价格	看跌期权	价格
C Sep-12 -18400	1141	P Sep-12 -18400	93
C Sep-12 -18600	1000	P Sep-12 -18600	119
C Sep-12 -18800	720	P Sep-12 -18800	156
C Sep-12 -19000	661	P Sep-12 -19000	208
C Sep-12 -19200	540	P Sep-12 -19200	266
C Sep-12 -19400	423	P Sep-12 -19400	348
C Sep-12 -19600	312	P Sep-12 -19600	445
C Sep-12 -19800	232	P Sep-12 -19800	560
C Sep-12 -20000	164	P Sep-12 -20000	790
C Sep-12 -20200	114	P Sep-12 -20200	848
C Sep-12 -20400	78	P Sep-12 -20400	1020

根据不同执行价格，比较所有看涨期权与看跌期权价差C-P和期货价格与执行价格之差F-K，具体如下：

表8. 看涨期权与看跌期权价差C-P和期货价格与执行价格之差F-K比较

执行价格	F-K	C-P
18400	1080	1048
18600	880	881
18800	680	564
19000	480	453
19200	280	274
19400	80	75
19600	-120	-133
19800	-320	-328
20000	-520	-626
20200	-720	-734
20400	-920	-942

可以看到，几乎所有 $F-K > C-P$ ，其中执行价格为18800和20000的价差较大，可能存在高于无风险收益的额外收益。根据上述分析，应进行卖出期货套利策略，即买入看涨期权、卖出看跌期权并卖出期货合约。

1) 买入CSep-12-18800，卖出PSep-12-18800，卖出期货合约。保证金按20%计算，则总成本为：  
 $C+f=720+19480*20\%=4616$ ;

到期总收益为： $F-K-(C-P)=680-564=116$ 。

交易费用：交易所费用为每张合约港币10.00，其他征费总共为港币1.50。每手期权和期货双边手续费不高于1个指数点（50港币），因此每手套利交易费用不高于3个指数点。

按此计算套利收益率如下：

$$(F-K-C+P-X) / (C+f) = (116-3) / 4616 = 2.45\%$$

因此持有至9月底每手套利可获得2.45%的收益率，年化收益率为29.4%，远高于无风险收益率。

无风险套利机会一般持续时间较短，因此也可提前平仓获利。

当日下午某时刻，CSep-12-18800 价格上涨至820，PSep-12-18800跌至152，恒生指数期货涨至19482。

若此时平仓，卖出CSep-12-18800，买入PSep-12-18800并买入恒指期货，则可获利：

$$(820-720) + (156-152) + (19480-19482) = 100+4-2=102$$

因此，当日平仓可获得套利日收益率  $(102-3) / 4616 = 2.14\%$ 。

2) 买入CSep-12-20000，卖出PSep-12-20000，卖出期货合约。保证金按20%计算，则总成本为：

$$C+f=164+19480*20\%=4060。$$

到期总收益为： $F-K-(C-P)=-520-(-626)=106。$

按此计算套利收益率如下：

$$(F-K-C+P-X) / (C+f) = (106-3) / 4060 = 2.54\%$$

因此持有至9月底每手套利可获得2.54%的收益率，年化收益率为30.4%，远高于无风险收益率。

另外，考虑提前平仓获利。当日下午，恒生指数期货涨至19482时，CSep-12-20000涨至167，PSep-12-20000跌至695。若此时平仓，卖出CSep-12-20000，买入PSep-12-20000并买入恒指期货，可获利：

$$(167-164) + (790-695) + (19480-19482) = 3+95-2=96$$

因此，当日平仓可获得套利日收益率  $(96-3) / 4060 = 2.29\%$ 。

## 二、垂直价差策略 (Vertical Spread Strategy)

期权与期权合约间的价差存在特定的均衡关系，主要包括期权价差上限和下限。当期权合约间价格关系出现偏离，便可以构建组合进行套利。

### 1、看涨期权垂直价差策略

看涨期权价差上限关系是指，较高执行价格与较低执行价格之差的贴现值应当大于或等于较低执行价格的看涨期权价格与较高执行价格看涨期权价格之差。看涨期权价差下限是指，较低执行价格的看涨期权价格与较高执行价格的看涨期权价格之差应当大于0。

$$(K_2 - K_1)e^{-r(T-t)} \geq C_1 - C_2 > 0$$

其中， $K_2$ 为看涨期权 $C_2$ 的行权价， $K_1$ 为看涨期权 $C_1$ 的行权价，且 $K_2 > K_1$ 。理论上，不等式的左手方应该大于或等于右手方，但一旦右手方价值超于左手方，套利机会便会出现。

当 $C_1 - C_2$ 大于 $K_2 - K_1$ 的现值，投资者可进行套利，下表列示了整个套利组合在期初 $t$ 时点与期末 $T$ 时点的现金流情况：

表9. 买权空头差价套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流		
		ST≤K1	K1<ST<K2	ST≥K2
卖出看涨期权C1	C1	0	-(ST-K1)	-(ST-K1)
买入看涨期权C2	-C2	0	0	ST-K2
借出K2-K1的折现值	$-(K2-K1) * e^{-r(T-t)}$	K2-K1	K2-K1	K2-K1
现金流净值	$C1-C2-(K2-K1) * e^{-r(T-t)} > 0$	$K2-K1 > 0$	$K2-ST > 0$	0

与此前介绍的套利策略不同，买权空头价差策略在到期日T的现金流净值并不一定为0。当 $ST \leq K1$ 时，投资者可获得 $K2-K1$ 的收入；当 $K1 < ST < K2$ 时，投资者可获得 $K2-ST$ 的收入；只有在 $ST \geq K2$ 时，投资者才收入为0，这也是投资者的最坏情况。所以只要投资者在t日能拿到正现金流净额，就能保证其获得大于0的收入。

对于买权空头价差策略，我们给出以下例子：假设在t日，A股票价格为52元，其对应的看涨期权1的价格为3，看涨期权2价格为1.9元，所有期权30日后（T日）到期。假设借贷利率为年化3%，期权单边交易成本为0.1%。对买入期权在交割日不行权的，正常来说并无交易成本，而对于被行权的期权，交易成本则由对手方负责。若投资者对于买入期权进行行权，则假设交易成本为投资者在期权交割所得中的0.1%。此时投资者发现套利机会，下表展示了整个套利策略的流程：

表10. 买权空头价差策略举例

持有至到期日		提前平仓	
<u>t日交易 (ST=52)</u>		<u>t日交易 (ST=52)</u>	
卖出1份(K=50)的看涨期权1(C=3)	300.00	卖出1份(K=50)的看涨期权1(C=3)	300.00
买入1份(K=51)的看涨期权2(C=1.9)	-190.00	买入1份(K=51)的看涨期权2(C=1.9)	-190.00
借出	-99.75	借出	-99.75
交易费	-0.49	交易费	-0.49
剩余资金	9.76	剩余资金	9.76
<u>到期日T交易 (ST=49)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=53)</u>	
收回资金	100.00	平仓看涨期权1(C=3.1)	-310.00
总收入	109.76	平仓看涨期权2(C=2.2)	220.00
<u>到期日T交易 (ST=50.5)</u>		收回资金	99.92
看涨期权1被行权，投资者损失	-50.00	交易费用	-0.53
收回资金	100.00	本次交易利润	9.39
总收入	59.76	总收入	19.15
<u>到期日T交易 (ST=53)</u>			
收回资金	100.00		
看涨期权1被行权，投资者损失	-300.00		
行使看涨期权2，投资者获得	200.00		
交易费用	-0.20		
总收入	9.56		

可以看到，在T日不同的现货价格会导致不同的收入，但无论何种情况，投资者都能获得大于0的套利收益。若在t+20日时，投资者发现提前平仓机会，投资者可以如上表所示的执行反向操作，提前获取利润。

## 2、看跌期权垂直价差策略

看跌期权价差上限关系是指，较高执行价格与较低执行价格之差的贴现值应当大于或等于较高执行价格的看跌期权价格与较低执行价格看跌期权价格之差。看跌期权价差下限是指，较高执行价格的看跌期权价格与较低执行价格的看跌期权价格之差应当大于0。

$$(K_2 - K_1)e^{-r(T-t)} \geq P_2 - P_1 > 0$$

其中，K2为看跌期权P2的行权价，K1为看跌期权P1的行权价，且K2>K1。理论上，不等式的左手方应该大于或等于右手方，但一旦右手方价值超于左手方，套利机会便会出现。

当P2-P1大于K2-K1的现值，投资者可进行套利，下表列示了整个套利组合在期初t时点与期末T时点的现金流情况：

表11. 卖权多头差价套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流		
		ST<=K1	K1<ST<K2	ST>=K2
卖出看跌期权P2	P2	-(K2-ST)	-(K2-ST)	0
买入看跌期权P1	-P1	K1-ST	0	0
借出K2-K1的折现值	-(K2-K1)*e <sup>-r(T-t)</sup>	K2-K1	K2-K1	K2-K1
资金流净值	P2-P1-(K2-K1)*e <sup>-r(T-t)</sup> >0	0	ST-K1>0	K2-K1>0

卖权多头差价策略在到期日T的资金流净值也不一定为0。当ST>=K2时，投资者可获得K2-K1的收入；当K1<ST<K2时，投资者可获得ST-K1的收入；只有在ST<=K1时，投资者才收入为0，这也是投资者的最坏情况。所以只要投资者在t日能拿到正资金流净额，就能保证其获得大于0的收入。

对于放空看跌差价套利策略，我们给出以下例子：假设在t日，A股票价格为52元，其对应的看跌期权1的价格为2.8，看跌期权2价格为1.7元，所有期权30日后（T日）到期。此时投资者发现套利机会，下表展示了整个套利策略的流程：

表12. 卖权多头价差策略举例

持有至到期日	提前平仓
<u>t日交易 (ST=52)</u>	<u>t日交易 (ST=52)</u>
卖出1份(K=54)的看跌期权1 (P=2.8) 280.00	卖出1份(K=54)的看跌期权1 (P=2.8) 280.00
买入1份(K=53)的看涨期权2 (P=1.7) -170.00	买入1份(K=53)的看涨期权2 (P=1.7) -170.00
借出 -99.75	借出 -99.75
交易费 -0.45	交易费 -0.45

剩余资金	9.80	剩余资金	9.80
<u>到期日T交易 (ST=55)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=50)</u>	
收回资金	100.00	平仓看跌期权1 (P=3)	-300.00
总收入	109.80	平仓看跌期权2 (P=2.1)	210.00
<u>到期日T交易 (ST=53.5)</u>		收回资金	99.92
看跌期权1被行权, 投资者损失	-50.00	交易费用	-0.51
收回资金	100.00	本次交易利润	9.41
总收入	59.80	总收入	19.21
<u>到期日T交易 (ST=50)</u>			
收回资金	100.00		
看跌期权1被行权, 投资者损失	-400.00		
行使看跌期权2, 投资者获得	300.00		
交易费用	-0.30		
总收入	9.50		

可以看到, 在T日不同的现货价格会导致不同的收入, 但无论何种情况, 投资者都能获得大于0的套利收益。若在t+20日时现货价格等于50, 投资者发现提前平仓机会, 投资者可以平仓两个看跌期权, 收回资金并提前获取利润。

### 三、凸性策略 (Convexity Strategy)

期权凸性差价关系利用的是欧式看涨期权 (看跌期权) 之间合理价格关系:

$$\lambda C_1 + (1 - \lambda)C_3 \geq C_2 \quad \text{OR} \quad \lambda P_1 + (1 - \lambda)P_3 \geq P_2$$

$$\lambda = \frac{K_3 - K_2}{K_3 - K_1}$$

若 $K_1$ 为看涨期权 $C_1$  (看跌期权 $P_1$ ) 的行权价,  $K_2$ 为看涨期权 $C_2$  (看跌期权 $P_2$ ) 的行权价,  $K_3$ 为看涨期权 $C_3$  (看跌期权 $P_3$ ) 的行权价且 $K_3 > K_2 > K_1$ 。理论上,  $C_2$ 应该小于 $\lambda C_1$ 和 $(1 - \lambda)C_3$ 的组合,  $P_2$ 应该小于 $\lambda P_1$ 和 $(1 - \lambda)P_3$ 的组合, 不然投资者可以获得无风险的利润。

#### 1、看涨期权凸性套利策略

当 $C_2$ 大于 $\lambda C_1$ 和 $(1 - \lambda)C_3$ 的组合时, 我们可以利用看涨期权凸性策略来进行套利, 下表列示了整个套利组合在期初t时点与期末T时点的现金流情况:

表13. 看涨期权凸性套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流			
		ST≤K1	K1<ST<K2	K2<ST<K3	ST≥K3
买入看涨期权λC1	-λC1	0	λ(ST-K1)	λ(ST-K1)	λ(ST-K1)
卖出看涨期权C2	C2	0	0	-(ST-K2)	-(ST-K2)
买入看涨期权(1-λ)C3	-(1-λ)C3	0	0	0	(1-λ)(ST-K3)
资金流净值	C2-λC1-(1-λ)C3>0	0	λ(ST-K1)>0	(1-λ)(K3-ST)>0	0

看涨期权凸性套利组合在到期日T的资金流净值不一定为0。当K1<ST<K2时，投资者可获得λ(ST-K1)的收入；而当K2<ST<K3时，投资者可获得(1-λ)(K3-ST)的收入；只有在ST≤K1或ST≥K3时，投资者才收入为0，这也是投资者的最坏情况。所以只要投资者在t日能拿到正资金流净额，就能保证其获得大于0的收入。

对于看涨期权凸性套利策略，我们给出以下例子：假设在t日，A期货价格为52元，其对应的看涨期权1的价格为2.5，看涨期权2价格为1.7元，看涨期权3的价格为0.45，所有期权30日后（T日）到期。假设借贷利率为年化3%，期权单边交易成本为0.1%。此时投资者发现套利机会，

根据公式， $\lambda = \frac{K_3 - K_2}{K_3 - K_1}$ ，得到 $\lambda = 3/5$ ，下表展示了整个套利策略的流程：

表14. 看涨期权凸性套利策略举例

持有至到期日		提前平仓	
<u>t日交易 (ST=52)</u>		<u>t日交易 (ST=52)</u>	
买入3份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.5)	-750.00	买入3份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.5)	-750.00
卖出5份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.7)	850.00	卖出5份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.7)	850.00
买入2份 (K=55) 的看涨期权3 (C=0.45)	-90.00	买入2份 (K=55) 的看涨期权3 (C=0.45)	-90.00
交易费	-1.69	交易费	-1.69
剩余资金	8.31	剩余资金	8.31
<u>到期日T交易 (ST=49)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=51)</u>	
总收入	8.31	平仓3份看涨期权1 (C=1.45)	435.00
<u>到期日T交易 (ST=51)</u>		平仓5份看涨期权2 (C=0.45)	-225.00
行使3份看涨期权1，投资者获得	300.00	平仓2份看涨期权3 (C=0.03)	6.00
交易费	-0.30	交易费	-0.67
总收入	308.01	本次交易利润	215.33
<u>到期日T交易 (ST=53)</u>		总收入	223.64
行使3份看涨期权1，投资者获得	900.00		
交易费	-0.90		
5份看涨期权2被行权，投资者损失	-500.00		
总收入	407.41		
<u>到期日T交易 (ST=56)</u>			
行使3份看涨期权1，投资者获得	1800.00		
5份看涨期权2被行权，投资者损失	-2000.00		
行使2份看涨期权3，投资者获得	200.00		

交易费	-2.00	
总收入	6.31	

可以看到，在T日不同的现货价格会导致不同的收入，但无论何种情况，投资者都能获得大于0的收入。若在t+20日时，股价为51元，此时投资者可对所有期权头寸平仓，并获取交易利润。

## 2、看跌期权凸性套利策略

当P2大于 $\lambda P1$ 和 $(1-\lambda)P3$ 的组合时，我们可以利用看跌期权凸性策略来进行套利，下表列示了整个套利组合在期初t时点与期末T时点的现金流情况：

表15. 看跌期权凸性套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流			
		ST≤K1	K1<ST<K2	K2<ST<K3	ST≥K3
买入看跌期权 $\lambda P1$	$-\lambda P1$	$\lambda (K1-ST)$	0	0	0
卖出看跌期权P2	P2	$-(K2-ST)$	$-(K2-ST)$	0	0
买入看跌期权 $(1-\lambda)P3$	$-(1-\lambda)P3$	$(1-\lambda)(K3-ST)$	$(1-\lambda)(K3-ST)$	$(1-\lambda)(K3-ST)$	0
现金流净值	$P2-\lambda P1-(1-\lambda)P3>0$	0	$\lambda (ST-K1)>0$	$(1-\lambda)(K3-ST)>0$	0

看跌期权凸性套利组合在到期日T的现金流净值也不一定为0。当 $K1<ST<K2$ 时，投资者可获得 $\lambda (ST-K1)$ 的收入；而当 $K2<ST<K3$ 时，投资者可获得 $(1-\lambda)(K3-ST)$ 的收入；只有在 $ST\leq K1$ 或 $ST\geq K3$ 时，投资者才收入为0，这也是投资者的最坏情况。所以只要投资者在t日能拿到正资金流净额，就能保证其获得大于0的收入。

对于看跌期权凸性套利策略，我们给出以下例子：假设在t日，A期货价格为52元，其对应的看跌期权1的价格为0.88，看跌期权2价格为2.1，看跌期权3的价格为3.8，所有期权30日后（T日）到期。假设借贷利率为年化3%，期权单边交易成本为0.1%。此时投资者发现套利机会，

根据公式， $\lambda = \frac{K3-K2}{K3-K1}$ ，得到 $\lambda = 3/5$ ，下表展示了整个套利策略的流程：

表16. 看跌期权凸性套利策略举例

持有至到期日		提前平仓	
<u>t日交易 (ST=52)</u>		<u>t日交易 (ST=52)</u>	
买入3份 (K=50) 的看涨期权1 (P=0.88)	-264.00	买入3份 (K=50) 的看涨期权1 (P=0.88)	-264.00
卖出5份 (K=52) 的看涨期权2 (P=2.1)	1050.00	卖出5份 (K=52) 的看涨期权2 (P=2.1)	1050.00
买入2份 (K=55) 的看涨期权3 (P=3.8)	-760.00	买入2份 (K=55) 的看涨期权3 (P=3.8)	-760.00
交易费	-2.07	交易费	-2.07
剩余资金	23.93	剩余资金	23.93
<u>到期日T交易 (ST=56)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=53)</u>	
总收入	23.93	平仓3份看跌期权1 (P=0.07)	21.00
<u>到期日T交易 (ST=53)</u>		平仓5份看跌期权2 (P=0.45)	-225.00

行使2份看跌期权3, 投资者获得	400.00	平仓2份看跌期权3 (P=2.2)	440.00
交易费	-0.40	交易费	-0.69
总收入	423.53	本次交易利润	235.31
<u>到期日T交易 (ST=51)</u>		总收入	259.24
行使2份看跌期权3, 投资者获得	800.00		
交易费	-0.80		
5份看跌期权2被行权, 投资者损失	-500.00		
总收入	323.13		
<u>到期日T交易 (ST=49)</u>			
行使2份看跌期权3, 投资者获得	1200.00		
5份看跌期权2被行权, 投资者损失	-1500.00		
行使3份看跌期权1, 投资者获得	300.00		
交易费	-1.50		
总收入	22.43		

在本次例子中, 若投资者持有套利组合到期, 无论股价如何变动, 其收入都在22元以上。若t+20日时股价上升至53, 通过计算, 投资者发现套利机会, 他可平仓所有看跌期权的头寸, 实现提前盈利。

#### 四、箱型差价策略 (Box Spread Strategy)

箱型差价关系是建立在牛市差价期权与熊市差价期权之间的无套利原则。我们可以以下述等式来表达该关系:

$$C_1 - C_2 + P_2 - P_1 = (K_2 - K_1)e^{-r(T-t)}$$

$C_1$  ( $P_1$ ) 代表行权价为  $K_1$  的看涨 (看跌) 期权权利金, 而  $C_2$  ( $P_2$ ) 代表行权价为  $K_2$  的看涨 (看跌) 期权权利金, 并且  $K_2 > K_1$ 。对于无风险套利情况, 买入  $C_1$  和  $C_2$  的牛市差价期权, 同时买入  $P_1$  和  $P_2$  的熊市差价期权, 其价值应该等于  $K_2 - K_1$  的现值。若该均衡状态被打破, 投资者便可进行套利。

##### 1、买入箱型差价套利策略

当上述等式右边部分价值大于左边部分, 投资者便可同时买入牛市看涨期权和熊市看涨期权, 借入  $K_2 - K_1$  的现值来进行套利, 该种套利策略也称之为买入箱型差价套利策略。下表列示了整个套利组合在期初 t 时点与期末 T 时点的现金流情况:

表17. 买入箱型差价套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流		
		$ST \leq K_1$	$K_1 < ST < K_2$	$ST \geq K_2$
买入看涨期权 $C_1$	- $C_1$	0	$(ST - K_1)$	$(ST - K_1)$
卖出看涨期权 $C_2$	$C_2$	0	0	$-(ST - K_2)$

卖出看跌期权P1	P1	$-(K1-ST)$	0	0
买入看跌期权P2	-P2	$K2-ST$	$(K2-ST)$	0
借入 $K2-K1$ 的现值	$(K2-K1) * e^{-r(T-t)}$	$-(K2-K1)$	$-(K2-K1)$	$-(K2-K1)$
资金流净值	$(K2-K1) * e^{-r(T-t)} - C1 + C2 + P1 - P2 > 0$	0	0	0

从上表可知，在T时间无论股价如何变动，投资者的资金流为0。因此投资者在期初已经建立了一个风险中性的投资组合。如果该投资组合在t日净值大于0，该部分便是投资者的套利润。

对于买入箱型套利策略，我们给出以下例子：假设在t日，A股票价格为52元，其对应的行权价为50看涨期权的价格为2.7，看跌期权价格为0.65，而行权价为52的看涨期权价格为1.6，看跌期权价格为1.4，所有期权30日后(T日)到期。假设借贷利率为年化3%，期权单边交易成本为0.1%。此时投资者发现套利机会，下表展示了整个套利策略的流程。

表18. 买入箱型差价套利策略举例

持有至到期日		提前平仓	
<u>t日交易 (ST=52)</u>		<u>t日交易 (ST=52)</u>	
买入1份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.7)	-270.00	买入1份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.7)	-270.00
卖出1份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.6)	160.00	卖出1份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.6)	160.00
卖出1份 (K=50) 的看跌期权1 (P=0.65)	65.00	卖出1份 (K=50) 的看跌期权1 (P=0.65)	65.00
买入1份 (K=52) 的看跌期权2 (P=1.4)	-140.00	买入1份 (K=52) 的看跌期权2 (P=1.4)	-140.00
交易费	-0.64	交易费	-0.64
借入	199.50	借入	199.50
剩余资金	13.86	剩余资金	13.86
<u>到期日T交易 (ST=49)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=53)</u>	
看跌期权1被行权，投资者损失	-100.00	平仓看涨期权1 (C=3.1)	310.00
行使看跌期权2，投资者获得	300.00	平仓看涨期权2 (C=1.5)	-150.00
交易费	-0.30	平仓看跌期权1 (P=0.05)	-5.00
返还资金	-200.00	平仓看跌期权2 (P=0.5)	50.00
套利利润	13.56	交易费	-0.52
<u>到期日T交易 (ST=51)</u>		返还资金	-199.83
行使看涨期权1，投资者获得	100.00	本次交易利润	4.65
行使看跌期权2，投资者获得	100.00	套利总利润	18.51
交易费	-0.20		
返还资金	-200.00		
套利利润	13.66		
<u>到期日T交易 (ST=53)</u>			
行使看涨期权1，投资者获得	300.00		
看涨期权2被行权，投资者损失	-100.00		
交易费	-0.30		
返还资金	-200.00		
套利利润	13.56		

在本例中，若投资者持有套利组合到期，无论股价如何变动，投资者都能稳稳获得13元以上的套利利润。若t+20日时股价上升至53，通过计算，投资者发现套利机会，他可平仓所有期权的头寸，实现提前盈利。

## 2、卖出箱型差价套利策略

当等式右边部分价值小于左边部分，投资者便可同时卖出牛市看涨期权和熊市看涨期权，借出 $K_2-K_1$ 的现值来进行套利。该种套利策略也称之为卖出箱型差价套利策略。下表列示了整个套利组合在期初t时点与期末T时点的现金流情况：

表19. 卖出箱型差价套利策略现金流情况

头寸	在t时间的现金流	在T时间的现金流		
		$ST \leq K_1$	$K_1 < ST < K_2$	$ST \geq K_2$
卖出看涨期权C1	C1	0	$-(ST-K_1)$	$-(ST-K_1)$
买入看涨期权C2	-C2	0	0	$(ST-K_2)$
买入看跌期权P1	-P1	$(K_1-ST)$	0	0
卖出看跌期权P2	P2	$-(K_2-ST)$	$-(K_2-ST)$	0
借出 $K_2-K_1$ 的现值	$-(K_2-K_1) * e^{-r(T-t)}$	$(K_2-K_1)$	$(K_2-K_1)$	$(K_2-K_1)$
资金流净值	$C1-C2-P1+P2-(K_2-K_1) * e^{-r(T-t)} > 0$	0	0	0

从上表可知，在T时间无论股价如何变动，投资者的现金流为0。因此投资者在期初已经建立了一个风险中性的投资组合。如果该投资组合在t日净值大于0，该部分便是投资者的套利利润。

对于卖出箱型套利策略，我们给出以下例子：假设在t日，A股票价格为52元，其对应的行权价为50看涨期权的价格为2.8，看跌期权价格为0.6，而行权价为52的看涨期权价格为1.5，看跌期权价格为1.4，所有期权30日后（T日）到期。假设借贷利率为年化3%，期权单边交易成本为0.1%。此时投资者发现套利机会，下表展示了整个套利策略的流程。

表20. 卖出箱型差价套利策略举例

持有至到期日		提前平仓	
<u>t日交易 (ST=52)</u>		<u>t日交易 (ST=52)</u>	
卖出1份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.8)	280.00	卖出1份 (K=50) 的看涨期权1 (C=2.8)	280.00
买入1份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.5)	-150.00	买入1份 (K=52) 的看涨期权2 (C=1.5)	-150.00
买入1份 (K=50) 的看跌期权1 (P=0.6)	-60.00	买入1份 (K=50) 的看跌期权1 (P=0.6)	-60.00
卖出1份 (K=52) 的看跌期权2 (P=1.4)	140.00	卖出1份 (K=52) 的看跌期权2 (P=1.4)	140.00
交易费	-0.63	交易费	-0.63
借出	-199.50	借出	-199.50
剩余资金	9.87	剩余资金	9.87
<u>到期日T交易 (ST=49)</u>		<u>t+20日时交易 (ST=53)</u>	
行使看跌期权1, 投资者获得	100.00	平仓看涨期权1 (C=3.05)	-305.00

看跌期权2被行权, 投资者损失	-300.00	平仓看涨期权2 (C=1.5)	150.00
交易费	-0.10	平仓看跌期权1 (P=0.1)	10.00
收回资金	200.00	平仓看跌期权2 (P=0.5)	-50.00
套利利润	9.77	交易费	-0.52
<u>到期日T交易 (ST=51)</u>		收回资金	199.83
看涨期权1被行权, 投资者损失	-100.00	本次交易利润	4.31
看跌期权2被行权, 投资者损失	-100.00	套利总利润	14.18
收回资金	200.00		
套利利润	9.87		
<u>到期日T交易 (ST=53)</u>			
看涨期权1被行权, 投资者损失	-300.00		
行使看涨期权2, 投资者获得	100.00		
交易费	-0.10		
收回资金	200.00		
套利利润	9.77		

在到期日T, 股价的变动仅对交易费用产生小幅影响, 投资者基本能保持在期初所获得的套利组合。若t+20日投资者在股价为53元时发现提前平仓机会, 他便可以平仓所有期权头寸, 返还借入资金来进行提前获利。